考点一 矩形的性质与判定

1. 定义：有一个角是直角的平行四边形是矩形

2. 性质

1) 矩形的四个角都是直角

2) 矩形的对角线相等

3) 矩形既是轴对称图形，又是中心对称图形，它是两条对称轴，它的对称中心是对角线的交点

3. 判定

1) 有一个角是直角的平行四边形

2) 有三个角是直角的四边形

3) 对角线相等的平行四边形

考点二 菱形的性质与判定

1. 定义：一组邻边相等的平行四边形是菱形

2. 性质

1) 菱形四边都相等

2) 菱形的对角线互相垂直，且每一条对角线平分一组对角

3. 判定

1) 一组邻边相等的平行四边形

2) 对角线互相垂直的平行四边形

3) 四条边都相等的四边形

4. 菱形的面积等于两条对角线乘积的一半，即 $S_{菱形}=\frac{1}{2}ab$ (其中 a.b 为菱形对角线长)

考点三 正方形的性质与判定

1.定义：一组邻边相等的矩形是正方形

2.性质

1) 正方形的四条边都相等，四个角都是直角

2) 正方形的对角线相等，且互相垂直平分，每条对角线平分一组对角

3) 正方形是轴对称图形，两条对角线所在的直线以及过每一组对边中心的直线都是它的对称轴；正方形是中心对称图形，对角线的交点，是它的对称中心

3.判定

1) 一组邻边相等并且有一个角是直角的平行四边形

2) 一组邻边相等的矩形

3) 对角线互相垂直的矩形

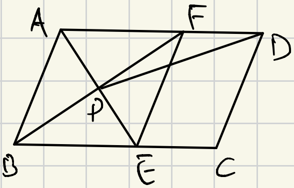
4) 有一个角是直角的菱形

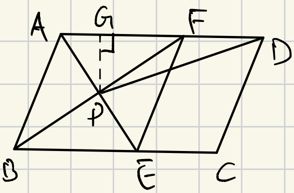
5) 对角线相等的菱形

4.正方形的面积公式：$S=a^2$（a为边长）或 $S=\frac{1}{2}l^2$（l为对角线长）

习题

1.如图，在▱ABCD中，AE平分∠BAD，交BC于点E，BF平分∠ABC，交AD于点F，AE与BF交于点P，连接EF，PD





1)求证：四边形ABEF是菱形

∵四边形ABCD是▱

∴AF∥BE

∴∠FAE=∠BEA

∵AE是∠BAD的平分线

∴∠FAE=∠BAE

∴∠BEA=∠BAE

∴△ABE是等腰三角形

∴AB=BE

同理可证：AB=AF

∴四边形ABEF是菱形

2)若AB=4，AD=6，∠ABC=60°，求tan∠ADP

∵四边形ABEF是菱形，∠ABC=60°

∴△ABE和△AFE是等边三角形

∴AE=AB=4

又∵BF是∠ABE的平分线

∴AP=EP（三线合一）

∴$AP=\frac{1}{2}AE=2$

如图作辅助线

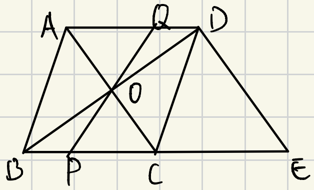
$$AG = AP\cos\angle FAE = 2\times\cos 60^\circ = 1$$

$$GP = AP\sin\angle FAE = 2\times\sin 60^\circ = \sqrt{3}$$

$$DG = AD - AG = 6-1 = 5$$

$$\therefore \tan\angle ADP = \frac{PG}{DG} = \frac{\sqrt{3}}{5}$$

2. 如图，在菱形ABCD中，对角线AC与BD相交于点O，AB=5，AC=6。过D作DE∥AC交BC的延长线于点E



1) 求△BDE的周长

∵四边形ABCD是菱形

∴ $AO=OC=\frac{1}{2}AC=3$，（三线合一）

$\angle AOB=90^\circ$

∴在Rt△ABO中：

$BO=\sqrt{AB^2-AO^2}$

$=\sqrt{5^2-3^2}$

$=4$

∴ $BD=2BO=8$

∵ AC∥DE，AD∥BE

∴四边形ACED是▱

∴ $DE=AC=6$，

$CE=AD=5$

∴ $BE=BC+CE=5+5=10$

∴ △BDE的周长 $=BD+DE+BE$

$=8+6+10$

$=24$

2) 点P为线段BC上一点，连接PO，并延长交AD于点Q，求证：BP=DQ

∵四边形ABCD是菱形

∴ $\angle ADB=\angle DBC$，$BO=DO$

又∵ $\angle BOP=\angle DOQ$（对顶角）

∴ $\triangle BOP\cong\triangle DOQ$（ASA）

∴ $BP=DQ$