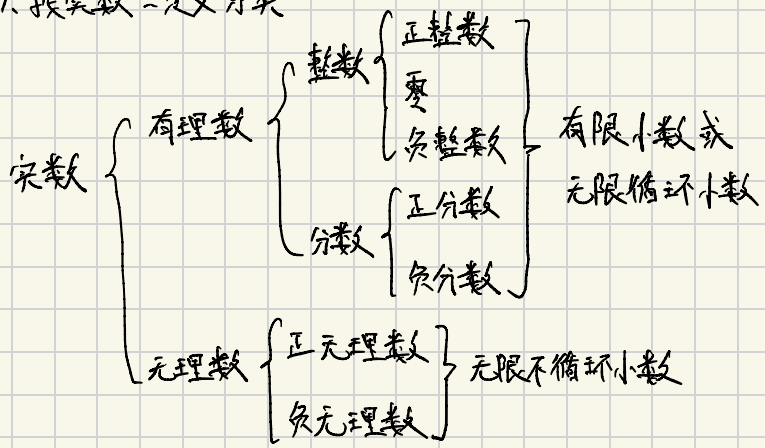


考点一 实数分类

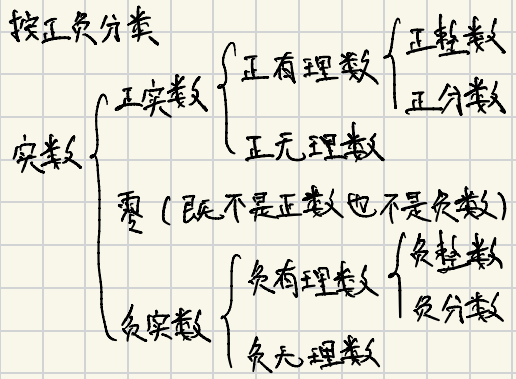
1. 按实数定义分类



无理数: π , $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $-\pi$

$\xrightarrow{-2 \quad -1 \quad 0 \quad 1 \quad 2}$ 所有实数,无一遗漏,都会表示在数轴上

2. 按正负分类



考点二 实数的一些基本概念

1. 数轴

(1) 数轴三要素：原点、正方向、单位长度

(2) 实数与数轴上一点是一一对应的

2. 相反数：在数轴上关于原点(零点)对称的两个点

(1) 实数 a 的相反数是 $-a$, 0 的相反数是 0

(2) a 与 b 互为相反数 $\Leftrightarrow a + b = 0$

3. 倒数

(1) 实数 a 的倒数是 $\frac{1}{a}$ ($a \neq 0$), 0 没有倒数 (0 不能作为分母)

(2) a 与 b 互为倒数 $\Leftrightarrow a \cdot b = 1$

4. 绝对值

(1) 数轴上表示数 a 的点与原点之间的距离, 叫做数 a 的绝对值, 记作 $|a|$

$$(2) |a| = \begin{cases} a, & a > 0, \\ 0, & a = 0, \\ -a, & a < 0. \end{cases}$$

考点三 平方根、算术平方根、立方根

1. 平方根

(1) 定义: 如果一个数 x 平方等于 a , 即 $x^2 = a$, 那么这个数 x 就叫做 a 的平方根 (也叫二次方根), 数 a 的平方根记作 $\pm\sqrt{a}$ ($a \geq 0$)

(2) 一个正数有两个平方根, 它们互为相反数; 0 只有一个平方根, 它是 0 本身;

负数没有平方根

2. 算术平方根

(1) 如果一个正数 x 平方等于 a , 即 $x^2 = a$, 那么这个正数 x 叫做 a 的算术平方根, 记作 $\sqrt{a}$; 0 的算术平方根是 0, 即 $\sqrt{0} = 0$

(2) 算术平方根都是非负数, 即 $\sqrt{a} \geq 0$ ($a \geq 0$)

(3) $(\sqrt{a})^2 = a$ ($a \geq 0$), $\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a, & a \geq 0, \\ -a, & a < 0. \end{cases}$

3. 立方根

(1) 定义: 如果一个数 x 立方等于 a , 即 $x^3 = a$, 那么这个数 x 叫做 a 的立方根 (也叫三次方根), 数 a 的立方根记作 $\sqrt[3]{a}$

(2) 一个正数有一个正立方根; 一个负数有一个负立方根; 0 的立方根是 0

考点四 科学记数法. 近似数. 精确度

1. 科学记数法

把一个数 N 表示成 $a \times 10^n$ ($1 \leq |a| < 10$, n 是整数) 的形式叫科学记数法

$$1250 \rightarrow 1.25 \times 10^3 \quad 0.13 \rightarrow 1.3 \times 10^{-1} \quad -0.003 \rightarrow -3 \times 10^{-3}$$

2. 近似数与精确度

一个近似数, 四舍五入到哪一位, 就说这个近似数精确到哪一位,

这时, 用精确度来表示, 例如: 0.3125 精确到百分位为 0.31 , 精确到

千分位为 0.313

$0.\underline{3}\underline{1}\underline{2}\underline{5}$
↑ ↑
十分位 百分位 千分位 万分位

考点五 非负数之性质

1. 非负数之概念

正数和零统称为非负数, 常见之非负数有 $|a|$, a^2 , $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$)

← 算术平方根

a 可代表一个数或代数式

2. 非负数之性质

(1) 非负数之最小值是 0

(2) 任意几个非负数之和仍为非负数

(3) 若几个非负数之和为 0, 则每个数都是 0

考点六 实数之运算

1. 基本运算

加、减、乘、除、乘方、开方

2. 基本法则

加法法则、减法法则、乘法法则、除法法则、乘方二符号法则

3. 运算律

加法交换律、加法结合律、乘法交换律、乘法结合律、乘法对加法之分配律

4. 运算顺序

(1) 先算乘方、开方，再算乘除，最后算加减

(2) 同级运算，按照从左至右之顺序进行

(3) 如果有括号，就先算小括号里之，再算中括号里之，最后算大括号里之

(4) 计算时，可以结合运算律，使问题简单化

考点七 实数大小比较

1. 在数轴上表示两个数：点，右边一点表示一数总比左边一点表示一数大

2. 正数大于零，负数小于零，正数大于一切负数；两个负数比较大小时，绝对值大一数反而小

3. 作差比较法

$$(1) a - b > 0 \Leftrightarrow a > b$$

$$(2) a - b = 0 \Leftrightarrow a = b$$

$$(3) a - b < 0 \Leftrightarrow a < b$$

4. 倒数比较法

若 $a > 0$, $a > 0$, $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$, 则 $a < b$

5. 平方法

因为由 $a > b > 0$, 可得 $\sqrt{a} > \sqrt{b}$, 所以我们可以把 $\sqrt{a} > \sqrt{b}$ 大小问题转化成比较 a 和 b 大小问题

习题

1. 若 x, y 为实数, 且 $|x+2| + \sqrt{y-2} = 0$, 则 $(\frac{x}{y})^{2020}$ 之值为?

$$|x+2| \geq 0, \sqrt{y-2} \geq 0 \quad |a| + \sqrt{b} = 0 \Rightarrow a = 0, b = 0$$

$$\begin{cases} x+2=0 \\ y-2=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=2 \end{cases} \quad (\frac{x}{y})^{2020} = (\frac{-2}{2})^{2020} = (-1)^{2020} = 1$$

2. 0.000 0077 用科学记数法表示为? 11.4万?

$$7.7 \times 10^{-6}$$

$$114000 \rightarrow 1.14 \times 10^5$$

3. 哪些是无理数?

$$\frac{\pi}{2} : \checkmark \quad 0 : \times \quad \sqrt{9} : \times \quad 0.2\dot{3} : \times \quad \cos 60^\circ : \times$$

$$\frac{22}{7} : \times$$

0.3030030003... (相邻两个3之间0的个数逐次加1)

✓ (无限不循环)

$$1-\sqrt{2} : \checkmark$$

分数都是有理数

无限循环

总结: 有理数都可以化成分数形式;

常见无理数有四种形式:

(1) 最简结果中含有 π 之式子

(2) 根号内含开方开不尽之数

(3) 无限且不循环之小数

(4) 某些三角函数, 如: $\frac{\sqrt{e}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}$

$$\begin{array}{r} 3.142857 \\ 7 \overline{) 22} \\ \underline{21} \\ 10 \\ \underline{7} \\ 30 \\ \underline{28} \\ 20 \\ \underline{14} \\ 60 \\ \underline{56} \\ 40 \\ \underline{35} \\ 50 \\ \underline{49} \\ 10 \end{array}$$

4.

$$(-1.44)^2 \text{ 的算术平方根是: } 1.44$$

$$\sqrt{81} \text{ 的平方根是: } \pm 3$$

$$\sqrt{0.04} = 0.2$$

$$(-2)^{-3} \text{ 的立方根是: } -\frac{1}{2}$$

$$\sqrt[3]{(-2)^{-3}} = (-2)^{-3 \times \frac{1}{3}} = (-2)^{-1} = -\frac{1}{2}$$

$$\text{立方等于}-216 \text{ 的数是: } -6$$

$$(\sqrt[3]{125})^3 = 125$$

$$125^{\frac{1}{3} \times 3} = 125^1 = 125$$

5. 若实数 x, y 满足 $\sqrt{2x-1} + 2(y-1)^2 = 0$, 则 $x+y = ?$

$$\begin{cases} 2x-1=0 \\ y-1=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=\frac{1}{2} \\ y=1 \end{cases} \Rightarrow x+y = \frac{3}{2}$$

总结: 算术平方根 $\sqrt{a}$ 具有双重非负性:

$$1) \sqrt{a} \geq 0 \quad 2) a \geq 0$$

$$\text{非负数 } a + \text{非负数 } b = 0 \Rightarrow a=0, b=0$$

6. 计算: $|1-3| + \sqrt{3} \tan 30^\circ - \sqrt{12} - (2018-\pi)^0$

$$= 3 + \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{3} - 2\sqrt{3} - 1$$

$$= 3 - 2\sqrt{3}$$

7. 比较 $2.5, -3, \sqrt{7}$ 的大小

$$(2.5)^2 = (\frac{5}{2})^2 = \frac{25}{4} = 6\frac{1}{4} < 7$$

$$-3 < 2.5 < \sqrt{7}$$