

考点一 二次根式

1. 概念: 形如 \sqrt{a} ($a \geq 0$) 的式子

2. 二次根式有意义条件: $a \geq 0$

考点二 二次根式性质

1. $(\sqrt{a})^2 = a$ ($a \geq 0$)

2. $\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a, & a \geq 0 \\ -a, & a < 0 \end{cases}$

3. $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ ($a \geq 0, b \geq 0$)

4. $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ ($a \geq 0, b > 0$)

考点三 最简二次根式. 同类二次根式

最简二次根式: 被开方数不含分母, 被开方数中不含能开得尽方的

因数或因式: 二次根式

同类二次根式: 几个二次根式化成最简二次根式后, 如果被开方数

相同, 那么这几个二次根式就叫做同类二次根式

考点四 二次根式运算

1. 二次根式: 加减法

合并同类二次根式

2. 二次根式: 乘除法

1) $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$ ($a \geq 0, b \geq 0$)

2) $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ ($a \geq 0, b > 0$)

习题

1. 若分式 $\frac{\sqrt{2x+1}}{x-1}$ 有意义, 则 x 的取值范围?

$$\begin{cases} 2x+1 \geq 0 \\ x-1 \neq 0 \end{cases} \Rightarrow x \geq -\frac{1}{2} \text{ 且 } x \neq 1$$

2. 属于最简二次根式:

$$\sqrt{9} \times \Rightarrow 3$$

$$\sqrt{7} \checkmark$$

$$\sqrt{20} \times \Rightarrow 2\sqrt{5}$$

$$\sqrt{\frac{2}{3}} \times \Rightarrow \frac{\sqrt{6}}{3}$$

3. 化简 $a\sqrt{-\frac{1}{a}}$

$$\begin{cases} -\frac{1}{a} \geq 0 \\ a \neq 0 \end{cases} \Rightarrow a \leq -1 \quad \begin{aligned} \text{原式} &= a \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{-a}} \\ &= a \frac{1}{-\sqrt{a}} \\ &= -\sqrt{a} \end{aligned}$$

4. \sqrt{a} 是同类二次根式: 是?

$$\sqrt[3]{2a} \times \quad \sqrt{3a^2} \times a\sqrt{3} \quad \sqrt{a^3} \checkmark = |a|\sqrt{a} = a\sqrt{a} \quad \sqrt{a^4} \times = a^2$$

5. 若最简二次根式 $a+b\sqrt{3a}$ 与 $\sqrt{a+2b}$ 是同类二次根式, 则 $ab = ?$

$$\begin{cases} a+b=2 \\ 3a=a+2b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=1 \end{cases} \quad a \times b = |1 \times 1| = 1$$

6. 计算 $\sqrt{18} - \sqrt{\frac{9}{2}} - \frac{\sqrt{3+\sqrt{6}}}{\sqrt{3}} + (\sqrt{3}-2)^0 + \sqrt{(1-\sqrt{2})^2}$

$$= 3\sqrt{2} - \frac{3\sqrt{2}}{2} - \frac{3+\sqrt{6}}{3} + 1 + \sqrt{2} - 1$$

$$= \frac{3\sqrt{2}}{2} - 1 - \sqrt{2} + 1 + \sqrt{2} - 1$$

$$= \frac{3}{2}\sqrt{2} - 1$$