

考点一 反比例函数：概念

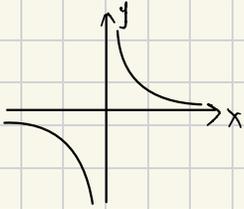
一般地，形如 $y = \frac{k}{x}$ (k 是常数， $k \neq 0$) 的函数叫做反比例函数

自变量 x 的取值范围是 $x \neq 0$ ，函数图像与 x 轴、 y 轴无交点

注意：反比例函数：表达式除 $y = \frac{k}{x}$ 外，还可以写成 $y = kx^{-1}$ 或 $xy = k$ ($k \neq 0$)

考点二 反比例函数：图像与性质

1. 图像：双曲线



2. 性质

1) 当 $k > 0$ 时，双曲线：两支分别在一、三象限，在每一个象限内 y 随 x 的增大而减小

当 $k < 0$

二、四

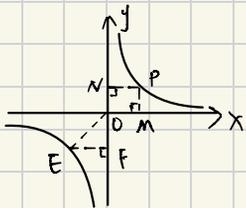
随 x 的增大而增大

2) 注意：双曲线：两支和坐标轴无限靠近，但永远不能相交（渐近线）

3) 双曲线是轴对称图形，直线 $y = x$ 或 $y = -x$ 是它的对称轴

双曲线也是中心对称图形，对称中心是坐标原点

考点三 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 中 k 的几何意义



1. 如图, 过双曲线上任意一点 P 分别作 x 轴、 y 轴垂线 PM 、 PN , 所得矩形

$$PMON \text{ 面积 } S = PM \cdot PN = |y| \cdot |x| = |xy|$$

$$\because y = \frac{k}{x} \quad \therefore xy = k$$

$\therefore S = |k|$, 即过双曲线上任意一点作 x 轴、 y 轴垂线, 所得矩形面积为 $|k|$

2. 如图, 过双曲线上任意一点 E 作 EF 垂直于其中一坐标轴, 垂足为 F , 连接 EO ,

则 $S_{\triangle EOF} = \frac{|k|}{2}$, 即过双曲线上任意一点作一坐标轴垂线, 连接该点与原点,

所得三角形面积为 $\frac{|k|}{2}$

习题

1. 已知反比例函数 $y = \frac{6}{x}$, 当 $x > 3$ 时, y 的取值范围是?
 $0 < y < 2$

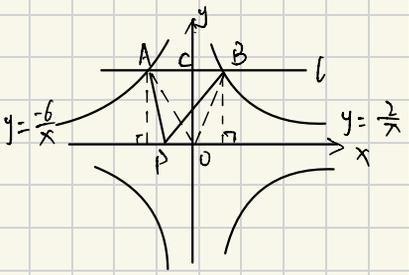
2. 当 k 为何值时, $y = (k-1)x^{k^2-2}$ 是反比例函数?

$$\begin{cases} k-1 \neq 0 \\ k^2-2 = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k \neq 1 \\ k = \pm 1 \end{cases} \Rightarrow k = -1$$

3. 已知点 $(-1, y_1), (2, y_2), (3, y_3)$ 在反比例函数 $y = \frac{k-1}{x}$ 图像上, 则 y 的关系为?

$k^2-1 < 0 \Rightarrow$ 图像在二、四象限 \Rightarrow 同一侧: y 随 x 增大而增大
 $y_1 > 0 > y_3 > y_2$

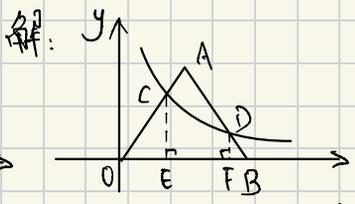
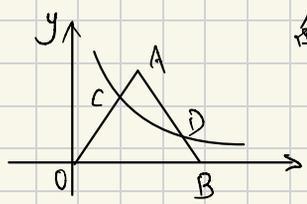
4. 在平面直角坐标系中, 若一条平行于 x 轴的直线 l 分别交双曲线 $y = -\frac{6}{x}$ 和 $y = \frac{2}{x}$ 于 A, B 两点, P 是 x 轴上任意一点, 则 $S_{\triangle ABP} = ?$



$$\begin{aligned} S_{\triangle ABO} &= S_{\triangle ACO} + S_{\triangle BCO} \\ &= \frac{1}{2}|-6| + \frac{1}{2}|2| \\ &= 4 \end{aligned}$$

$\therefore \triangle ABO$ 与 $\triangle ABP$ 同底等高
 $\therefore S_{\triangle ABP} = S_{\triangle ABO} = 4$

5. 如图, 若双曲线 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 与边长为 5 的等边三角形 AOB 一边 OA, AB 分别相交于 C, D 两点, 且 $OC = 3BD$, 则 $k = ?$



如图作辅助线, 设 $BF = x$
 则: $BD = 2x, DF = \sqrt{3}x$
 $OC = 6x, OE = 3x, CE = 3\sqrt{3}x$
 即: 点 C 坐标为 $(3x, 3\sqrt{3}x)$
 点 D 坐标为 $(5-x, \sqrt{3}x)$
 代入 $\textcircled{1}$: $\frac{2}{5}\sqrt{3} = \frac{2}{5}k$
 $k = \frac{2}{5}\sqrt{3}$

代入: $\begin{cases} 3\sqrt{3}x = \frac{k}{3x} \textcircled{1} \\ \sqrt{3}x = \frac{k}{5-x} \end{cases}$ 解得: $x = \frac{1}{2}$