考点一　点与圆的位置关系

点与圆有三种位置关系（点在圆内、圆上、圆外），主要根据点到圆心的距离 d 与圆的半径 r 的大小关系得出

考点二　直线与圆的位置关系

1、相离：直线与圆没有公共点、

2、相切：直线与圆有一个公共点、这条直线叫做圆的切线，这个公共点叫做圆的切点

3、相交：直线与圆有两个公共点，　　割线　两个　　交点、

4、直线与圆有三种位置关系，取决于圆心到直线的距离与圆半径的大小关系

考点三　切线的判定和性质

1、切线的判定方法

1）与圆有唯一公共点的直线（切线的定义）

2）圆心到直线的距离等于半径的直线

3）经过半径外端点并且垂直于这条半径的直线（切线的判定定理）

2、切线的性质

1）切线与圆只有一个公共点、

2）圆心到切线的距离等于半径

3）切线垂直于过切点的半径

3、切线长

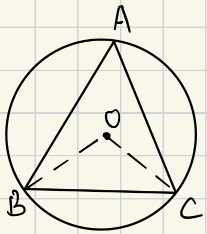
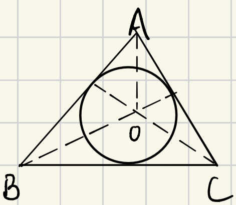
1）定义：经过圆外一点作圆的切线，这点和切点之间的线段的长，叫做这点到圆的切线长

2）性质定理：从圆外一点引圆的两条切线，它们的切线长相等，这一点和圆心的连线平分这两条切线的夹角

考点四 三角形的内切圆与圆的外接三角形

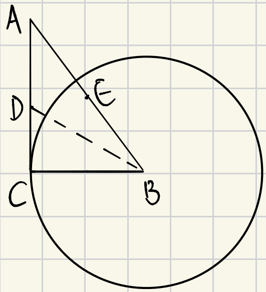
1、与三角形各边都相切的圆叫做三角形的内切圆，这个三角形叫做圆的外切三角形，这个圆的圆心叫做三角形的内心

2、三角形外心、内心有关知识的比较

图形	名称	性质	位置	角度关系
	外心（三角形三边垂直平分线的交点）	三角形的外心到三角形的三个顶点的距离相等	外心不一定在三角形内	$\angle BOC = 2\angle A$
	内心（三角形三条内角平分线的交点）	三角形的内心到三角形的三边的距离相等	内心一定在三角形内部	$\angle BOC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$

习题

1. 在Rt△ABC中，$\angle C=90^\circ$，$BC=3cm$，$AC=4cm$，以B为圆心，BC为半径作⊙B，则点A、C及AB、AC的中点D、E与⊙B有怎样的位置关系?



依题意作图

∵ $\angle ACB=90^\circ$，BC是⊙B的半径

∴ AC是⊙B的切线，C为切点，

∴ 点C在⊙B上

在Rt△ABC中：

$$AB=\sqrt{BC^2+AC^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5$$

∵ $AB>BC$

∴ 点A在⊙B外

E是AB中点，$BE=\frac{1}{2}AB=\frac{5}{2}$

∵ $BE<BC$

∴ 点E在⊙B内

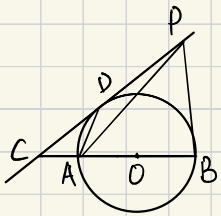
在Rt△DCB中

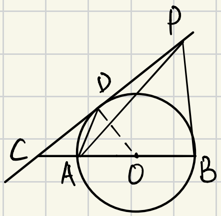
$$DB=\sqrt{CD^2+BC^2}=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$$

∵ $DB>BC$

∴ 点D在⊙B外

1、如图，直线CD与以线段AB为直径的圆相切于点D并交BA的延长线于点C，且$AB=2$，$AD=1$，点P在切线CD上移动，当$\angle APB$最大时，$\angle ABP=?$





如图：连接OD

∵ CD切⊙O于点D

∴ $CD \perp OD$

∵ ⊙O的直径$AB=2$

∴ ⊙O的半径$AO=DO=1$

又∵ $AD=1$

∴ $\triangle AOD$是等边三角形

∴ $\angle DAO=60^\circ$

点P在切线CD上移动，

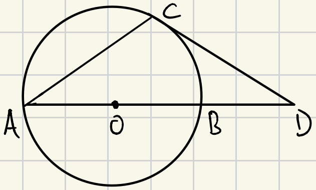
当P与切点D重合时，

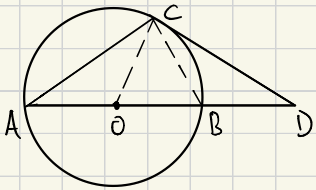
$\angle APB$最大，$=90^\circ$

∴ $\angle ABP=90^\circ-\angle DAO=30^\circ$

3、如图，AB是⊙O之直径，点D在AB之延长线上，BD＝OB，点C在⊙O上，

$\angle CAB = 30^\circ$，求证：DC是⊙O之切线





如图作辅助线

∵AO、CO、BO都是⊙O之半径

∴$AO = CO = BO$

∴$\angle ACO = \angle CAO = 30^\circ$

∵$\angle COB$是$\triangle AOC$之外角

∴$\angle COB = \angle CAO + \angle ACO = 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ$

∴$\triangle OCB$是等边三角形

∴$\angle OCB = 60^\circ$，$\angle CBO = 60^\circ$，$OB = BC$

∵$OB = BD$

∴$CB = BD$

∴$\angle BCD = \angle D$

∵$\angle OBC$是$\triangle BCD$之外角

∴$\angle OBC = \angle BCD + \angle D$

$60^\circ = 2\angle BCD$

$\angle BCD = 30^\circ$

∴$\angle OCD = \angle OCB + \angle BCD$

$= 60^\circ + 30^\circ$

$= 90^\circ$

∴CD是⊙O之切线，切点为C