

考点一 比例线段

1. 比例线段之定义

在同一条线段 a, b, c, d 中, 如果其中两条线段之比等于另外两条线段之比,

即 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ (或 $a:b = c:d$), 那么这四条线段叫做成比例线段, 简称比例线段.

2. 比例线段之性质

1) 基本性质: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad = bc$

2) 合比性质: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d} \quad (\frac{a}{b} + 1 = \frac{c}{d} + 1)$

3) 等比性质:

若 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \dots = \frac{m}{n} \quad (b+d+\dots+n \neq 0)$, 则 $\frac{a+c+\dots+m}{b+d+\dots+n} = \frac{a}{b}$

3. 黄金分割

把线段 AB 分成两条线段 AC 和 BC ($AC > BC$), 且使 AC 是 AB 和 BC 之比例中项, 叫做把线段 AB 黄金分割, C 叫做线段 AB 之黄金分割点.

($AC = \frac{\sqrt{5}-1}{2} AB \approx 0.618AB$, $BC = \frac{3-\sqrt{5}}{2} AB$)

考点二 平行线分线段成比例定理及推论

1. 三条平行线截两条直线, 所得: 对应线段成比例

2. 平行于三角形一边之直线, 与其他两边 (或两边之延长线) 相交, 截得: 对应线段成比例

考点三 相似多边形

1. 定义

各角分别相等, 各边对应成比例: 两个多边形叫做相似多边形. 相似多边形对应边之比叫做相似比, 相似比为1: 两个多边形全等.

2. 性质

1) 相似多边形: 对应角相等, 对应边之比相等

2) 相似多边形周长之比等于相似比

3) 相似多边形面积之比等于相似比之平方

考点四 相似三角形

1. 定义: 三角分别相等, 三边成比例: 两个三角形

2. 判定:

1) 平行于三角形一边之直线与其他两边相交, 所构成之三角形与原三角形相似

2) 两角对应相等, 两三角形相似

3) 两边对应成比例且夹角相等, 两三角形相似

4) 三边对应成比例, 两三角形相似

5) 斜边和一条直角边对应成比例, 两直角三角形相似

3. 性质

1) 相似三角形: 对应角相等, 对应边之比相等

2) 相似三角形对应高之比、对应中线之比、对应角平分线之比都等于相似比

3) 相似三角形周长之比等于相似比

4) 相似三角形面积之比等于相似比之平方

考点五 位似变换与位似图形

1. 定义

取定一点 O , 把图形上任意一点 P 对应到射线 OP (或 OP 的反向延长线)上一点 P' , 使得线段 OP' 与 OP 之比等于常数 k ($k > 0$), 点 O 对应到它自身. 这种变换叫做位似变换, 点 O 叫做位似中心, 常数 k 叫做位似比. 一个图形经过位似变换得到二图形叫做与原图形位似二图形

注意: 位似图形是一种特殊二相似图形, 而相似图形未必能构成位似图形

2. 性质

两个位似二图形上每一对对应点都与位似中心在一条直线上, 并且新图形与原图形上对应点到位似中心二距离之比等于位似比

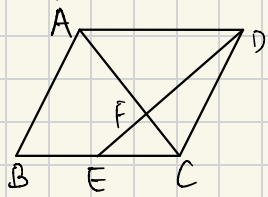
3. 画位似图形二步骤

- 1) 确定位似中心
- 2) 连接图形各顶点与位似中心二线段 (或延长线)
- 3) 按位似比进行取点
- 4) 依次连接各点, 所得二图形就是所求图形

题

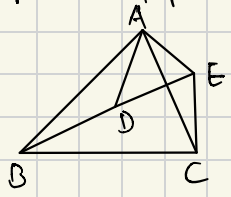
1. 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, 点 E 是 BC 的中点, DE 与 AC 交于点 F , 若 $AB=6$, $\angle B=60^\circ$,

则 AF 长为?



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形
 $\therefore AB=BC$, $AD \parallel BC$
 $\text{又} \because \angle B=60^\circ$
 $\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形
 $\therefore AC=AB=6$
 $\because \angle DAF = \angle FCE$, $\angle ADF = \angle FEC$
 $\therefore \triangle ADF \sim \triangle CEF$
 $\therefore \frac{AD}{CE} = \frac{AF}{CF}$
 $\frac{AF}{CF} = 2$
 $\text{又} \because AF + CF = AC = 6$
 $\therefore AF = 4$

2. 如图, 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 中, $\angle ABC = \angle ADE$, $\angle BAD = \angle CAE$. 写出图中两对相似三角形(不得添加字母和线)及理由.

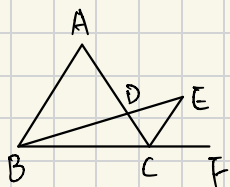


① $\triangle ABC \sim \triangle ADE$
 $\because \angle BAD = \angle CAE$
 $\therefore \angle BAD + \angle DAC = \angle CAE + \angle DAC$
 $\angle BAC = \angle DAE$
 $\text{又} \because \angle ABC = \angle ADE$
 $\therefore \triangle ABC \sim \triangle ADE$

② $\triangle ABD \sim \triangle ACE$
 $\because \triangle ABC \sim \triangle ADE$
 $\therefore \frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$
 $\text{又} \because \angle BAD = \angle CAE$
 $\therefore \triangle ABD \sim \triangle ACE$

1. 如图, $\triangle ABC$ 是等边三角形, CE 是外角平分线, 点 D 在 AC 上, 连接 BD 并延长与 CE 交于点 E

于点 E



1) 求证: $\triangle ABD \sim \triangle CED$

$\because \triangle ABC$ 是等边三角形

$\therefore \angle A = \angle ABC = 60^\circ$

$\therefore \angle ACF$ 是 $\triangle ABC$ 的外角

$\therefore \angle ACF = \angle A + \angle ABC = 60^\circ + 60^\circ = 120^\circ$

又 $\because CE$ 平分 $\angle ACF$

$\therefore \angle ACE = \angle ECF = 60^\circ$

$\therefore AB \parallel CE$

$\therefore \angle A = \angle ACE, \angle ABD = \angle BEC$

$\therefore \triangle ABD \sim \triangle CED$

2) 若 $AB = 6, AE = 2CD$, 求 BE 之长

如图, 过 B 作 AC 的垂线

$\because \triangle ABC$ 是等边三角形

$\therefore AG = CG$ (三线合一)

$\because AD = 2CD, AD + CD = AC = 6$

$\therefore AD = 4, CD = 2$

$\therefore DG = CG - CD = 3 - 2 = 1$

在 $Rt\triangle ABD$ 中:

$$BG = \sqrt{AB^2 - AG^2} = \sqrt{6^2 - 3^2} = 3\sqrt{3}$$

在 $Rt\triangle BDG$ 中:

$$BD = \sqrt{BG^2 + DG^2} = \sqrt{(3\sqrt{3})^2 + 1^2} = 2\sqrt{7}$$

$\because \triangle ABD \sim \triangle CED, AE = 2CD$

$\therefore BD = 2DE$

$$DE = \frac{1}{2} BD = \sqrt{7}$$

$$\therefore BE = BD + DE = 2\sqrt{7} + \sqrt{7} = 3\sqrt{7}$$

