考点一 平均数、众数与中位数

1. 平均数

1) 算术平均数：对于 n 个数 $x_1, x_2, \cdots, x_n$，把 $\frac{1}{n}(x_1+x_2+\cdots+x_n)$ 叫做这组数据的算术平均数，简称平均数，记作 $\bar{x}$.

平均数能够反映数据的平均水平、平均数易受极端值的影响

2) 加权平均数：如果有 k 个数 $x_1, x_2, \cdots, x_k$，x_1 出现 f_1 次，x_2 出现 f_2 次，……，x_k 出现 f_k 次（其中 $f_1+f_2+\cdots+f_k=n$），那么 $\bar{x}=\frac{1}{n}(x_1f_1+x_2f_2+\cdots+x_kf_k)$ 叫做 $x_1, x_2, \cdots, x_k$ 这 k 个数的加权平均数，其中 $f_1, f_2, \cdots, f_k$ 分别叫做 $x_1, x_2, \cdots, x_k$ 的权，$f_1+f_2+\cdots+f_k=n$

2. 众数

众数：在一组数据中，出现次数最多的数叫做这组数据的众数

一组数据的众数有时有多个

3. 中位数

将一组数据按照由小到大（或由大到小）的顺序排列，如果数据的个数是奇数，那么处于最中间位置的数就是这组数据的中位数；如果数据的个数是偶数，那么最中间两个数的平均数是这组数据的中位数

考点二 数据的波动

1. 方差

在一组数据 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 中，各数据与它们的平均数 $\bar{x}$ 的差的平方的平均值叫做这组数据的方差，即 $s^2 = \frac{1}{n}[(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots+(x_n-\bar{x})^2]$

2. 极差

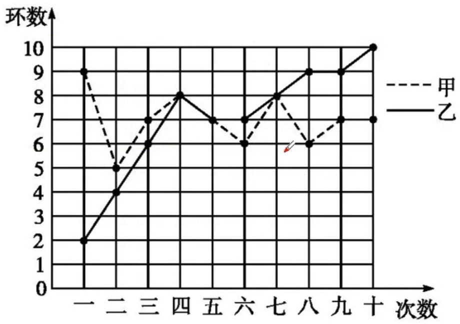
一组数据中最大值与最小值的差，叫做这组数据的极差

极差、方差都可以衡量一组数据的波动大小

方差(或标准差)越大，说明这组数据波动越大

习题

【例4】 甲、乙两人在相同条件下各射靶10次,每次射靶的成绩情况如图.



(1)请填写下表:

	平均数	方差	中位数	命中 9 环及 9 环以上次数
甲	7	1.2	7	1
乙	7	5.4	7.5	3

甲平均数 $\bar{x}_{\text{甲}} = \frac{1}{10}(9+5+7+8+7+6+8+6+7+7) = 7$

乙平均数 $\bar{x}_{\text{乙}} = \frac{1}{10}(2+4+6+8+7+7+8+9+9+10) = 7$

甲方差 $S^2_{\text{甲}} = \frac{1}{10}[(9-7)^2+(5-7)^2+\cdots] = 1.2$

乙方差 $S^2_{\text{乙}} = \frac{1}{10}[(2-7)^2+(4-7)^2+\cdots] = 5.4$

(2)请从下列四个不同的角度对这次测试结果进行分析:

①从平均数和方差相结合看(分析谁的成绩更稳定);

②从平均数和中位数相结合看(分析谁的成绩好些);

③从平均数和命中9环及9环以上的次数相结合看(分析谁的成绩好些);

④从折线图上两人射击命中环数的走势看(分析谁更有潜力).

① ∵ $\bar{x}_甲 = \bar{x}_乙$, $S_甲^2 < S_乙^2$

∴甲乙二人之平均水平相当,但甲比乙发挥稳定

② ∵ $\bar{x}_甲 = \bar{x}_乙$, 甲之中位数 < 乙之中位数

∴乙之成绩比甲好些

③ ∵ $\bar{x}_甲 = \bar{x}_乙$, 命中9环及以上之次数乙比甲多

∴乙之成绩比甲好些

④ 甲之成绩在平均数上下波动,而乙处于上升趋势,从第4次以后就没有比甲少之情况发生,所以乙比较有潜力

方法总结

评价两组成绩优劣之方法:可把平均数作为第一标准,若平均数相同或相近,则以下列规则判定:1) 方差、标准差小者优;2) 众数大者优;3) 中位数大者优。当然在遇到实际问题时,还必须从实际之角度出发